(注) 最後の答は、原則として3桁で記すことにする。

1.1 直線運動 $\boxed{A}$

1. $v = 72\,\mathrm{km/h} = 72000\,\mathrm{m}/3600\,\mathrm{s} = 20.0\,\mathrm{m/s}$

$x = vt = 20\,\mathrm{m/s} \times (3 \times 60\,\mathrm{s}) = 3600\,\mathrm{m}$

2. (1) $v = \dfrac{42.195 \times 1000\,\mathrm{m}}{(2 \times 3600 + 7 \times 60 + 12)\,\mathrm{s}} = 5.52869\cdots\,\mathrm{m/s} = 5.53\,\mathrm{m/s}$

(2) $v = \dfrac{1500\,\mathrm{m}}{(15 \times 60 + 57)\,\mathrm{s}} = 1.56739\cdots\,\mathrm{m/s} = 1.57\,\mathrm{m/s}$

(3) $v = \dfrac{552.6 \times 1000\,\mathrm{m}}{(3 \times 3600 + 8 \times 60)\,\mathrm{s}} = 48.9893\cdots\,\mathrm{m/s} = 49.0\,\mathrm{m/s}$

3. (1) $10\,\mathrm{cm/s^2} = \dfrac{\frac{10}{100}\,\mathrm{m}}{\left(\frac{1}{3600}\,\mathrm{h}\right)^2} = 1296000\,\mathrm{m/h^2}$ $\quad\therefore x = 1296000$

(2) $36\,\mathrm{m/min^2} = \dfrac{36 \times 100\,\mathrm{cm}}{(60\,\mathrm{s})^2} = 1\,\mathrm{cm/s^2}$ $\quad\therefore y = 1$

4. (a) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{10\,\mathrm{m/s} - 2\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = 1.6\,\mathrm{m/s} = 1.60\,\mathrm{m/s}$

(b) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{2\,\mathrm{m/s} - 10\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = -1.6\,\mathrm{m/s^2} = -1.60\,\mathrm{m/s}$

(c) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{-10\,\mathrm{m/s} - (-2\,\mathrm{m/s})}{5\,\mathrm{s}} = -1.6\,\mathrm{m/s^2} = -1.60\,\mathrm{m/s}$

(d) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{-2\,\mathrm{m/s} - (-10\,\mathrm{m/s})}{5\,\mathrm{s}} = 1.6\,\mathrm{m/s^2} = 1.60\,\mathrm{m/s}$

(e) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{-2\,\mathrm{m/s} - 10\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{s}} = -2.4\,\mathrm{m/s^2} = -2.40\,\mathrm{m/s}$

(f) $a = \dfrac{V_1 - V_0}{t} = \dfrac{10\,\mathrm{m/s} - (-2\,\mathrm{m/s})}{5\,\mathrm{s}} = 2.4\,\mathrm{m/s^2} = 2.40\,\mathrm{m/s}$

5. $a = \dfrac{v_1 - v_0}{t} = \dfrac{18\,\mathrm{m/s} - 0\,\mathrm{m/s}}{12\,\mathrm{s}} = 1.5\,\mathrm{m/s^2} = 1.50\,\mathrm{m/s^2}$

$x = \dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{2} \times 1.5\,\mathrm{m/s^2} \times (12\,\mathrm{s})^2 = 108\,\mathrm{m}$

6. (1) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$= 0.5\,m/s \times 6s + \frac{1}{2} \times 0.3\,m/s^2 \times (6s)^2$

$= 8.4\,m = 8.40\,m/s$

(2) $v = v_0 + at$

$= 0.5\,m/s + 0.3\,m/s^2 \times 6s$

$= 2.3\,m/s = 2.30\,m/s$

7. $v^2 - v_0^2 = 2\bar{a}x$

$v = 0\,m/s$ であるから $\bar{a} = -\frac{v_0^2}{2x}$

$= -\frac{(10\,m/s)^2}{2 \times 5m}$

$= -10\,m/s^2 = -10.0\,m/s^2$

8. $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ $\therefore\ a = \frac{2(x - v_0 t)}{t^2}$

$= \frac{2(-30\,m - 10\,m/s \times 10s)}{(10\,s)^2}$

$= -2.6\,m/s^2 = -2.60\,m/s^2$

折り返し点の位置をx'とすると、 $v^2 - v_0^2 = 2ax'$ の式で $v = 0\,m/s$

よって、 $x' = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{(10\,m/s)^2}{-2 \times (-2.6\,m/s^2)} = 19.2307\cdots\,m$

$= 19.2\,m$

移動距離は、 $19.2307\,m \times 2 + 30\,m = 68.4614\,m = 68.5\,m$

9. (1) $a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{10\,m/s - 50\,m/s}{10s} = -4\,m/s^2 = -4.00\,m/s^2$

(2) $v^2 - v_0^2 = 2ax$

$\therefore\ x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(10\,m/s)^2 - (50\,m/s)^2}{2 \times (-4\,m/s^2)} = 300\,m$

10. (1) $\bar{v}_{12} = \dfrac{x(Q_2) - x(Q_1)}{t(Q_2) - t(Q_1)} = \dfrac{0.60\,\text{m}}{0.10\,\text{s}} = 6.0\,\text{m/s} = 6.00\,\text{m/s}$

(2) (1)と同様に　P, Q_1 間の平均の速さ $\bar{v}_{01} = \dfrac{0.40\,\text{m}}{0.10\,\text{s}} = 4.0\,\text{m/s} = 4.00\,\text{m/s}$

Q_2, Q_3 間の平均の速さ $\bar{v}_{23} = \dfrac{0.80\,\text{m}}{0.10\,\text{s}} = 8.0\,\text{m/s} = 8.00\,\text{m/s}$

Q_3, Q_4 間の平均の速さ $\bar{v}_{34} = \dfrac{1.00\,\text{m}}{0.10\,\text{s}} = 10\,\text{m/s} = 10.0\,\text{m/s}$

(3)
(4) まず, 以上の平均の速さをグラフ化してみると図1のようになる.

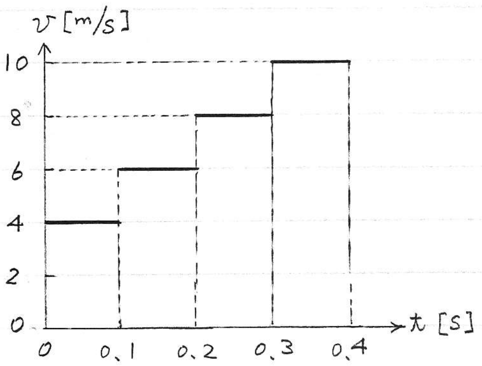


図1.

加速は等加速であるとすると, 正の定数 a を用いて,

$v = at + v_0$　(直線)　-----①

の形に書ける. ($v_0 \geqq 0$)

また, $0.10\,\text{s} \leqq t \leqq 0.20\,\text{s}$ の範囲で移動距離はグラフ上では, 図2の斜線部の面積で表せる.

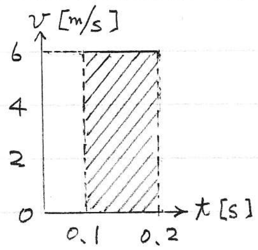


図2.

この面積を ①の直線で表すとき, 図3のように表せる.

ただし, この段階では傾き a は(したがって v_0 も)定まらない.

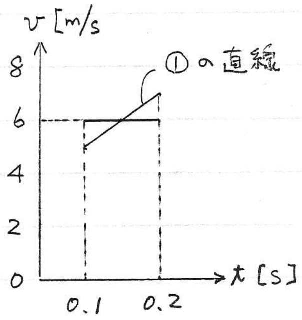


図3.

このことを, $0\,\text{s} \leqq t \leqq 0.40\,\text{s}$ 全体にわたって滑らかな直線でつなぐとすると 図4のようになる. ここで, 直線の傾きから a が, 直線と縦軸との交点から v_0 が決まる.

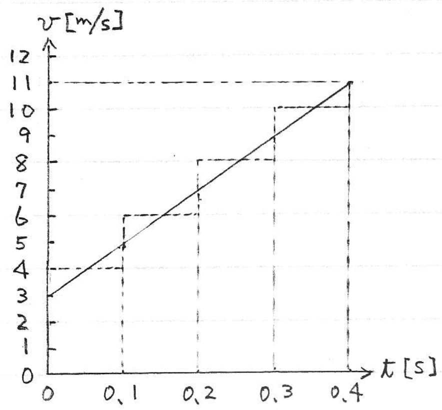


図4.

$v_0 = 3.00\,\text{m/s}$　(P点での瞬間の速さ)

$a = \dfrac{11\,\text{m/s} - 3\,\text{m/s}}{0.4\,\text{s}} = 20.0\,\text{m/s}^2$　(加速度)

1.1 直線運動 B

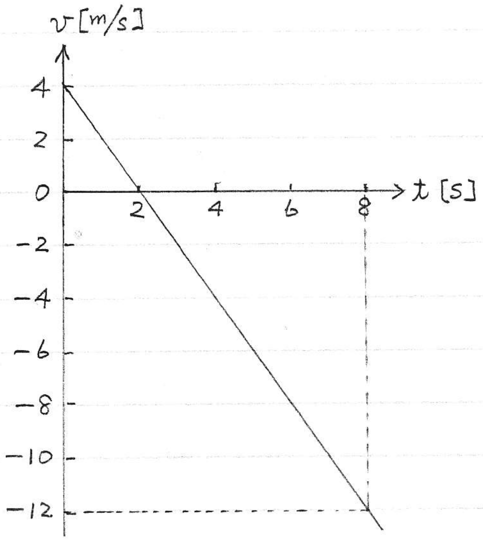
11. (1) $a = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{-12\,m/s - 4\,m/s}{8\,s}$

$= -2\ m/s^2$

加速度の大きさ $2.00\ m/s^2$，向きは左向き．

(2) $v = v_0 + at$ で $v_0 = 4\,m/s$，$a = -2\,m/s^2$

よって，単位省略で $v = 4 - 2t$ をグラフ化すればよい．



(3) 右にもっとも離れた点は折り返し点で速度は $0\ m/s$

$v = v_0 + at$ で $v = 0\ m/s$，$v_0 = 4\,m/s$，$a = -2\,m/s^2$ とすればよい．

単位省略で

$0 = 4 - 2t$

$\therefore t = 2\ s = 2.00\ s$

(4) $v^2 - v_0^2 = 2ax$ で $x = 0$ のときである．

$\therefore v^2 = v_0^2$

$\therefore v = \pm v_0$

正号は出発したとき，負号は戻ってきたとき（出発点を左向きに通過したとき）である．

よって，戻ってきたときの速さは $v_0 = 4\ m/s = 4.00\ m/s$

(別解) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ を用いて，$0 = 4t + \frac{1}{2}(-2)t^2$ より $t = 0,\ 4$ [s]

したがって，戻ってきたときの時刻は $4\,s$ であるから，$v = v_0 + at$ に代入して，

$v = 4 + (-2)\times 4 = -4$ [m/s] $= -4.00\ m/s$

11.(5) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ に $t = 8\,s$ を代入

$$x = 4\,m/s \times 8\,s + \frac{1}{2} \times (-2\,m/s^2) \times (8\,s)^2$$
$$= -32\,m$$

出発点の左に 32.0 m のところ.

12.(1) グラフの $t = 4\,s$ のところの速度は $v = 0\,m/s = 0.00\,m/s$

(2) グラフの傾きが加速度を表すので、 $a = \frac{-6\,m/s}{4\,s} = -1.5\,m/s^2$

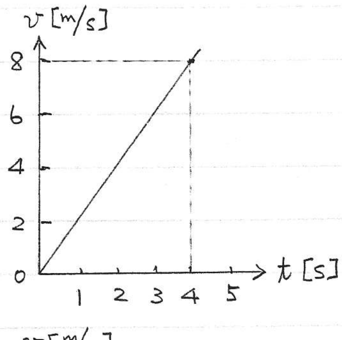
(初めの進行方向とは逆向き $1.50\,m/s^2$)

(3) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 6\,m/s \times 8\,s + \frac{1}{2} \times (-1.5\,m/s^2) \times (8\,s)^2$
$$= 0\,m$$

よって、8秒後には出発点にある.

13. $v = v_0 + at$ で、 $v_0 = 0\,m/s$, $a = 2\,m/s^2$

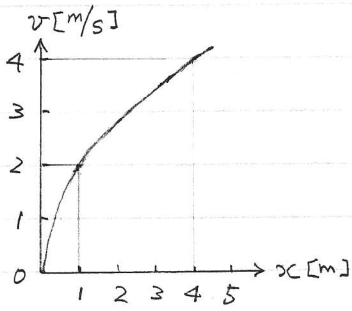
よって、 $v = 2t$ (単位省略)



$v^2 - v_0^2 = 2ax$ で、 $v_0 = 0\,m/s$, $a = 2\,m/s$

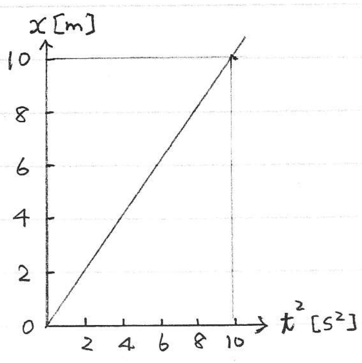
よって、 $v^2 = 4x$

$\therefore\ v = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x}$ (単位省略)



$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ で $v_0 = 0\,m/s$, $a = 2\,m/s^2$

よって、 $x = t^2$



1.1 直線運動 $\boxed{C}$

14. AとBの距離が 0 m になるまでの時間を t
AとBの初速をそれぞれ v_{A0}, v_{B0}
AとBの加速度をそれぞれ a_A, a_B
衝突寸前(A, Bの距離が 0 m)のときのAとBの速度をそれぞれ v_A, v_B とする.
ここで, $v_A > v_B$ ならば追突し, $v_A < v_B$ ならば距離は 0 m とならないので
$v_A = v_B$ である.

よって,

$$(v_A =) v_{A0} + a_A t = v_{B0} + a_B t (= v_B)$$

$$\therefore t = \frac{v_{A0} - v_{B0}}{a_B - a_A} = \frac{15\,\mathrm{m/s} - 5\,\mathrm{m/s}}{1.0\,\mathrm{m/s^2} - (-4\,\mathrm{m/s^2})} = 2\,\mathrm{s} = 2.00\,\mathrm{s}$$

Aがブレーキをかけ始めたときのAの位置を 0, Bの位置を x_{B0} とすると
x_{B0} が求める距離に相当する.
衝突寸前のAとBの位置をそれぞれ x_A, x_B とすると

$$x_A = v_{A0} t + \frac{1}{2} a_A t^2, \qquad x_B = x_{B0} + v_{B0} t + \frac{1}{2} a_B t^2$$

$$\therefore 0 = x_B - x_A = x_{B0} + v_{B0} t + \frac{1}{2} a_B t^2 - \left(v_{A0} t + \frac{1}{2} a_A t^2\right)$$

$$\therefore x_{B0} = (v_{A0} - v_{B0}) t + \frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2$$

$$= (15\,\mathrm{m/s} - 5\,\mathrm{m/s}) \times 2\,\mathrm{s} + \frac{1}{2} (-4\,\mathrm{m/s^2} - 1.0\,\mathrm{m/s^2}) \times (2\,\mathrm{s})^2$$

$$= 20\,\mathrm{m} - 10\,\mathrm{m}$$

$$= 10\,\mathrm{m} = 10.0\,\mathrm{m}$$

15. (1) 時間Tの間に $d+s$ 以上進めばよいので、条件は

$$d+s \leqq vT+\frac{1}{2}\alpha T^2$$

(2) 時間Tの間に d 以下進めばよいので

$$d \geqq vT-\frac{1}{2}\beta T^2 \quad \cdots Ⓐ$$

さらに、d 以下進んで止まる条件は

$$0^2-v^2=-2\beta d \quad より \quad d=\frac{v^2}{2\beta}$$

$$\therefore\ d \geqq \frac{v^2}{2\beta} \quad \cdots Ⓑ$$

ⒶかつⒷが求める条件

(3) ① 与えられた値を入れると

$$d+15.0\,\mathrm{m} \leqq v\times 2.5\,\mathrm{s}+\frac{1}{2}\times 3.0\,\mathrm{m/s^2}+(2.5\,\mathrm{s})^2$$

$$\therefore\ d \leqq 2.5v-5.6 \quad (単位省略)$$

②

$$d \geqq v\times 2.5\,\mathrm{s}-\frac{1}{2}\times 3.0\,\mathrm{m/s^2}\times(2.5\,\mathrm{s})^2$$

$$\therefore\ d \geqq 2.5v-9.4 \quad (単位省略)$$

また、$d \geqq \dfrac{v^2}{2\times 3.0\,\mathrm{m/s^2}}$

$$\therefore\ d \geqq \frac{v^2}{6} \quad (単位省略)$$

ここで、$5 \leqq v \leqq 30$ の範囲で $2.5v-9.4$ と $\frac{v^2}{6}$ の大小を比較する。
-9.4 は、問題文に「小数第1位までとする」とあるので、このままでもよいが、
微妙な計算になるかもしれないので、四捨五入前の -9.375 を使う。

$$\frac{v^2}{6}-(2.5v-9.375)=\frac{v^2}{6}-\frac{5}{2}v+\frac{75}{8}$$

$$=\frac{1}{6}(v^2-15v)+\frac{75}{8}$$

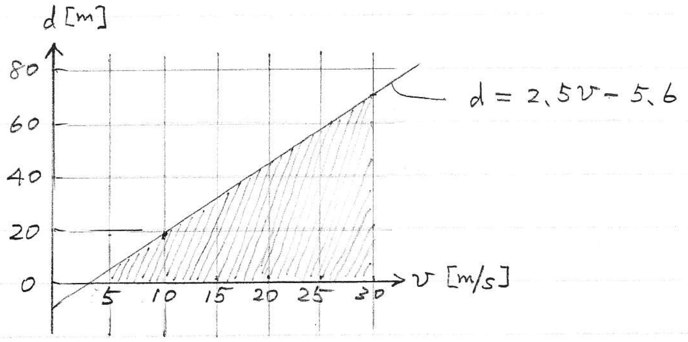
$$=\frac{1}{6}\left(v-\frac{15}{2}\right)^2 \geqq 0$$

したがって、常に $\frac{v^2}{6} \geqq 2.5v-9.375$
(-9.4 で計算すると $\frac{1}{6}\left(v-\frac{15}{2}\right)^2+\frac{1}{40}>0$ となるので、常に $\frac{v^2}{6}>2.5v-9.4$)

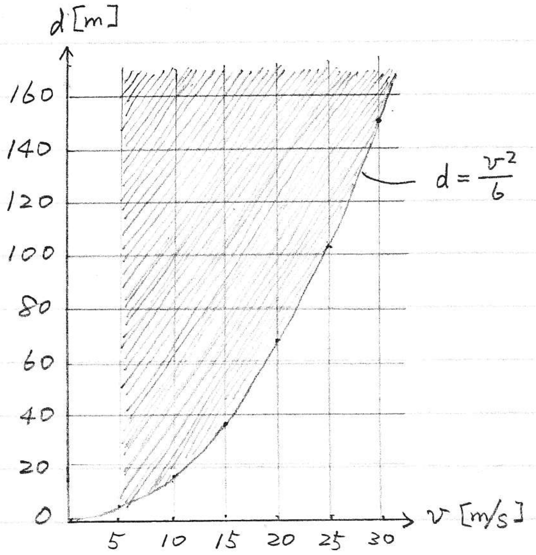
よって、ⒶとⒷのうちⒷだけ($d \geqq \frac{v^2}{6}$ だけ)を考えればよい。
グラフは次ページのようになる。

15. (3) (続き)

①



②



16. (1) 0〜2秒の加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4\,m/s - 0\,m/s}{2\,s - 0\,s} = 2\,m/s^2 = 2.00\,m/s^2$

5〜8秒の加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0\,m/s - 4\,m/s}{8\,s - 5\,s} = -1.3333\cdots\,m/s^2 = -1.33\,m/s^2$

(2) グラフの直線と横軸で囲まれた面積を計算する.

$\frac{1}{2} \times 2s \times 4\,m/s + 3s \times 4\,m/s + \frac{1}{2} \times 3s \times 4\,m/s = 22\,m = 22.0\,m$

(第1項は 0〜2s, 第2項は 2〜5s, 第3項は 5〜8s の面積(移動距離)に相当)

17. (1) 速度はグラフの直線の正, 0, 負のどこにあるかを読み取る.
加速度はグラフの直線の傾きの正, 0, 負を読み取る.

時刻	速度	加速度
2 s	正	0
5 s	正	負
7 s	0	負
10 s	負	0
12 s	負	正

(2) 加速度 (直線の傾き) は

3〜9 s で $\dfrac{-4\,\mathrm{m/s} - 8\,\mathrm{m/s}}{9\,\mathrm{s} - 3\,\mathrm{s}} = -2\,\mathrm{m/s^2}$

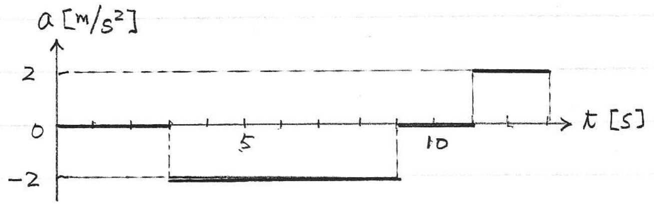
11〜13 s で $\dfrac{0\,\mathrm{s} - (-4\,\mathrm{m/s})}{13\,\mathrm{s} - 11\,\mathrm{s}} = 2\,\mathrm{m/s^2}$

であるから, 大きさは等しい.

(3) 直線と横軸で囲まれた部分の面積を計算する. (符号に注意)

$$3\,\mathrm{s} \times 8\,\mathrm{m/s} + \frac{1}{2} \times 4\,\mathrm{s} \times 8\,\mathrm{m/s} + \frac{1}{2} \times (2\,\mathrm{s}) \times 4\,\mathrm{m/s} + 2\,\mathrm{s} \times 4\,\mathrm{m/s} + \frac{1}{2} \times 2\,\mathrm{s} \times 4\,\mathrm{m/s} = 56\,\mathrm{m}$$
$$= 56.0\,\mathrm{m}$$

(4)



(計算は (2) 参照. 元のグラフにこのグラフを書き加えればよい. その図は省略.)